TU Clausthal

Selbsteinschätzungstest für Studienanfänger

Liebe Studierende, lieber Studierender!

Um festzustellen, ob Sie über die notwendigen Mathematikvorkenntnisse verfügen und den fachlichen Anforderungen gewachsen sind, können Sie den folgenden Selbsteinschätzungstest durchführen.

Um eine adäquate Einschätzung Ihrer Kenntnisse zu erhalten, sollten Sie beim Lösen der Aufgaben größtenteils auf einen Taschenrechner verzichten (Ausnahmen sind Aufgabe 13 und Aufgabe 14). Verwenden Sie außerdem keine Hilfsliteratur und führen Sie den Test nicht in Gruppen durch. Beschränken Sie Ihre Bearbeitungszeit auf 60 Minuten.

Wenn Sie weniger als 40 Prozent der Gesamtpunkte erreicht haben, sollten Sie sich entscheiden, die Veranstaltung **Mathematischer Vorkurs (Grundkurs)** zu besuchen. Sollten Sie mehr als 40 Prozent erreichen, sollten Sie die Veranstaltung **Mathematischer Vorkurs (Aufbaukurs)** besuchen.

Viel Erfolg!

Wichtige Hinweise zum Arbeiten mit diesem Dokument

Dieser Test ist ein *interaktives Dokument*, das sich online bedienen lässt. Damit es problemlos gelingt, müssen Sie einige Hinweise beachten.

- **Navigation**

  Die Navigation, d.h. das Blättern der Seiten und das Springen innerhalb des Tests geschieht wie folgt:

◀◀	Springen zum Anfang des Dokuments
▶▶	Springen zum Ende des Dokuments
▶	Vorblättern
◀	Zurückblättern
Zurück	Springen zurück zur vorherigen Position im Dokument

- **Test beginnen**

  Drücken Sie bitte auf Start um den Test zu initialisieren. Geben Sie Ihre Lösungen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

- **Multiple Choice**

  Bei den Fragen mit mehreren Antwortmöglichkeiten klicken Sie die Ihrer Meinung nach richtige Antwort an.

- **Mathematische Ausdrücke**

  Für mathematische Eingaben gibt es die folgenden Regeln:

  – Addition bzw. Subtraktion wird intuitiv durch + bzw. - eingegeben: z.B. a + b bzw. 10 - 8
  – Multiplikation bzw. Division geben Sie entsprechend mit * bzw. mit / an, z.B. 2*3 oder 4/2
  – Potenzieren erfolgt durch ˆ, z.B. xˆ2

- **Test beenden**

  Drücken Sie auf Ende um den Test abzuschließen. Die von Ihnen erreichten Punkte sowie die Prozentangaben werden dann eingeblendet.

- **Korrektur**

  Nachdem Sie den Test beendet haben, können Sie die möglichen Fehler korrigieren lassen. Drücken Sie bitte dafür auf Korrektur. Danach können Sie sich die richtigen Antworten wie folgt anzeigen lassen:

  – Bei Multiple Choice Fragen klicken Sie die grün markierte Auswahl an, um zu der richtigen Antwort zu gelangen
  – Bei den Fragen mit freien Eingabefeldern klicken Sie bitte gleichzeitig auf die Umschalttaste ⇧ und auf Ans, um zu der richtigen Antwort zu gelangen

SELBSTEINSCHÄTZUNGSTEST

Start

Bearbeitungszeit: ca. 60 Minuten

Vereinfachen Sie, ohne Verwendung eines Taschenrechners, so weit wie möglich:

1.

$$\frac{\sqrt{12}+\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}} =$$

2.

$$\frac{y^{26}-y^{24}}{y^{25}-y^{24}} =$$

3.

$$(4y-x)(y-4x)-4(x-y)^2 =$$

4.

$$\frac{a^4b - 6a^3b^2 + 9a^2b^3}{a^3b - 3a^2b^2} =$$

5.

$$111^2 - 109^2 =$$

6. Es sei $x = 1$. In welcher der folgenden Umformungen hat sich ein Fehler eingeschlichen?

1. $x = x$
2. $\Leftrightarrow x^2 = x^2$
3. $\Leftrightarrow x^2 - x^2 = x^2 - x^2$
4. $\Leftrightarrow x(x - x) = (x + x)(x - x)$
5. $\Leftrightarrow x = x + x$
6. $\Leftrightarrow 1 = 2$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

7. Bestimmen Sie die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und 100?

☐ 5050 ☐ 10100 ☐ 2550 ☐ 1980

8. Lösen Sie die folgende quadratische Gleichung:

$$5x^2 + 60 = 40x$$

☐ 0 oder 6 ☐ 2 oder 6 ☐ -2 oder 6 ☐ keine der Antworten

9. Lösen Sie die folgende Ungleichung:

$$\frac{x-3}{x+2} < 0$$

☐ $-2 < x < 3$ ☐ $-2 \leq x \leq 3$ ☐ $-3 < x < 2$

10. Lösen Sie die folgende Ungleichung:

$$|x - 3.5| \leq 2$$

☐ $1,5 < x < 5,5$ ☐ $1,5 \leq x \leq 5,5$ ☐ $x \leq 1,5$

11. Um ein Haus zu streichen brauchen drei Maler 12 Stunden Arbeitszeit. Wie viel Zeit in Stunden würden zwei Maler für diese Aufgabe benötigen?

☐ 12 ☐ 18 ☐ 10

12. Nach vier Stunden Arbeit bekommt ein Maler einen Schwindelanfall und muss die Arbeit abbrechen. Wie viel Zeit in Stunden benötigen die beiden anderen Maler noch ab diesem Zeitpunkt um das Haus fertig zu streichen?

☐ 12 ☐ 18 ☐ 10

13. Welchen Betrag (2 Nachkommastellen genau) muss man heute bei einer Bank zum Zinssatz von $p = 4,5\%$ anlegen um in 5 Jahren 10000 € ausgezahlt zu bekommen? (Hier ist ein Taschenrechner erlaubt)

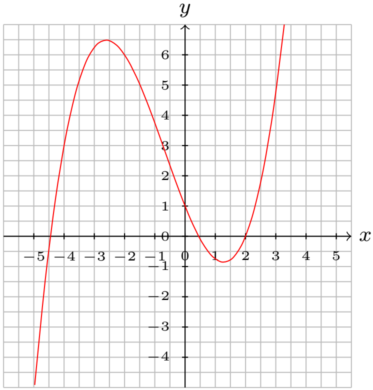
- ☐ 8025 €
- ☐ 8024,51 €
- ☐ 8024,4 €
- ☐ keine der genannten Antworten

14. Zu welchem konstanten jährlichen Zinssatz p (2 Nachkommastellen genau) muss man 7500 € anlegen um nach 5 Jahren 10000 € ausgezahlt zu bekommen?

- ☐ 5,92%
- ☐ 6,93%
- ☐ 5,95%
- ☐ keine der genannten Antworten

Stimmen die folgenden Aussagen für die unten abgebildete Funktion

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1?$$



15. $f(1) > f(-1)$

☐ Ja ☐ Nein

16. $\int_{-4}^{2} f(x)dx = 0$

☐ Ja ☐ Nein

17. Die erste Ableitung f' hat keine Nullstellen

☐ Ja ☐ Nein

18. Der Graph von f besitzt nur einen lokalen Tiefpunkt

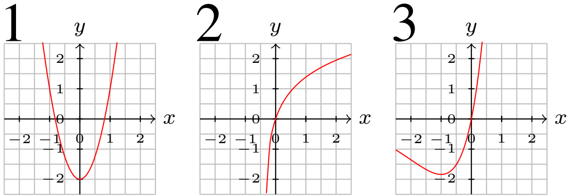
☐ Ja ☐ Nein

19. Der Graph von f' besitzt einen Hochpunkt

☐ Ja ☐ Nein

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Graphen (1, 2, 3) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



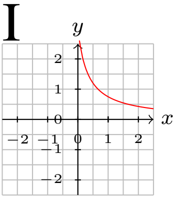
20. f

21. g

22. h

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Ableitungen (I, II, III) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



23. f

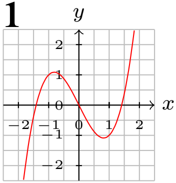
24. g

25. h

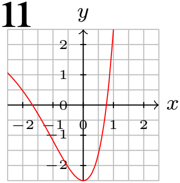
Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Stammfunktionen (i, ii, iii) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$

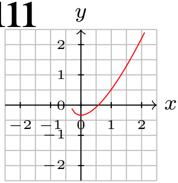
i



ii



iii



26. f

27. g

28. h

Ende

Punkte: Korrektur

Prozente:

Lösungen

Lösung

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{12}+\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}} &= \quad |\,\text{den Bruch erweitern}\\
\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{3})}{(\sqrt{12}-\sqrt{3})}\cdot\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{3})}{(\sqrt{12}+\sqrt{3})} &= \quad |\,\text{Zähler und Nenner ausmultiplizieren}\\
\frac{12+2\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}+3}{12-3} &= \quad |\,\text{Zahlen unter den Wurzeln zusammenfassen}\\
\frac{15+2\sqrt{12\cdot 3}}{9} &=\\
\frac{15+2\sqrt{36}}{9} &=\\
\frac{15+2\cdot 6}{9} &= \quad |\,\text{den Bruch kürzen}\\
&\underline{3}
\end{aligned}$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$
\begin{aligned}
\frac{y^{26}-y^{24}}{y^{25}-y^{24}} &= \\
\frac{y^{24}(y^2-1)}{y^{24}(y-1)} &= \mid \text{die höchste Potenz ausklammern} \\
\frac{\cancel{y^{24}}(y^2-1)}{\cancel{y^{24}}(y-1)} &= \mid \text{die gleichen Terme kürzen} \\
\frac{(y-1)(y+1)}{y-1} &= \mid \text{die 3.Binomische Fomel} \\
\frac{\cancel{(y-1)}(y+1)}{\cancel{y-1}} &= \mid \text{die gleichen Terme kürzen} \\
&\underline{y+1}
\end{aligned}
$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$
\begin{aligned}
(4y-x)(y-4x)-4(x-y)^2 &= \\
4y^2-xy-16yx+4x^2-4(x^2-2xy+y^2) &= \\
4y^2-xy-16yx+4x^2-4x^2+8xy-4y^2 &= \\
&\underline{-9xy}
\end{aligned}
$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$\frac{a^4b - 6a^3b^2 + 9a^2b^3}{a^3b - 3a^2b^2} = \quad | \text{ die kleinsten Potenzen ausklammern}$$

$$\frac{a^2b(a^2 - 6ab + 9b^2)}{a^2b(a - 3b)} = \quad | \text{ kürzen}$$

$$\frac{\cancel{a^2b}(a^2 - 6ab + 9b^2)}{\cancel{a^2b}(a - 3b)} \quad | \text{ die 2.Binomische Formel}$$

$$\frac{(a - 3b)(a - 3b)}{a - 3b} = \quad | \text{ kürzen}$$

$$\underline{a - 3b}$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$\begin{aligned} 111^2 - 109^2 &= \quad |\,\text{die 3.Binomische Formel} \\ (111-109)(111+109) &= \\ 2 \cdot 220 &= \\ &\underline{440} \end{aligned}$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

In der 5. Umformung wird durch 0 geteilt, was nicht erlaubt ist.

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Verwenden Sie für die Berechnung die Gaußsche Summenformel für die ersten n natürlichen Zahlen:

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n \cdot (n+1)}{2},$$

Die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und 100 ergibt sich nun aus

$$\sum_{k=1}^{50} 2k = 2 \sum_{k=1}^{50} k = 2 \frac{50 \cdot 51}{2} = 2550.$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$
\begin{aligned}
5x^2 + 60 = 40x \ &|\ -40x \\
5x^2 + 60 - 40x = 0 \ &|\ :5 \\
x^2 - 8x + 12 = 0 \ &|\ \text{p/q-Formel} \\
x_{1/2} = \ 4 \pm \sqrt{4^2 - (-12)} & \\
x_1 = 4 + 2 = 6 \vee x_2 = 4 - 2 = 2 &
\end{aligned}
$$

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

Schließen Sie zunächst $x = -2$ aus der Lösungsmenge aus und überlegen Sie dann, welche zwei Möglichkeiten es gibt, damit dieser Bruch einen negativen Wert annimmt:

$$\begin{array}{rl} \text{1.Fall} & \text{2.Fall} \\ x-3<0 \wedge x+2>0 & x-3>0 \wedge x+2<0 \\ x<3 \wedge x>-2 & x>3 \wedge x<-2 \\ \underline{-2<x<3} & \text{keine Lösung} \end{array}$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Erinnern Sie sich an die Definition des Absolutbetrags:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

und lösen Sie anschließend zwei Ungleichungen $x - 3.5 \leq 2$ und $-(x - 3.5) \leq 2$. Die Lösungsmenge ist:

$$1,5 \leq x \leq 5,5$$

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

◄◄ ►► ◄ ► Zurück

Lösung

Bestimmen Sie zunächst die Gesamtarbeitszeit: $3 \cdot 12 = 36$, und teilen Sie diese anschließend durch zwei Maler: 36/2 = 18 Stunden.

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Bestimmen Sie zunächst die verstrichene Gesamtarbeitszeit: $3 \cdot 4 = 12$ Stunden. Berechnen Sie dann die restliche Arbeitszeit nach dem Arbeitsausfall eines Malers: 36 - 12 = 24 Stunden und teilen Sie diese anschließend durch zwei Maler:
24/2 = 12 Stunden.

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Es handelt sich bei dieser Aufgabe um exponentielles Wachstum $K_t = K_0\,(1+p)^t$ mit dem Wachstumsfaktor $1+p = 1,045$ und dem unbekannten Startkapital K_0 über eine Zeitperiode von $t = 5$ Jahren: (Hier ist ein Taschenrechner erlaubt)

$$\begin{aligned} K_t &= K_0\,(1+p)^t \mid \cdot (1+p)^{-t} \\ K_0 &= K_t \cdot (1+p)^{-t} \\ \underline{K_0} &\underline{= 8024,51\,\text{Euro}} \end{aligned}$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Lösen Sie $K_t = K_0\,(1+p)^t$ nach p auf:

$$K_0 = K_t\,(1+p)^{-t} \mid\ : K_0$$

$$\frac{K_t}{K_0} = (1+p)^t \mid \sqrt[t]{\cdot}$$

$$\sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} = 1+p \mid\ -1$$

$$p = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1$$

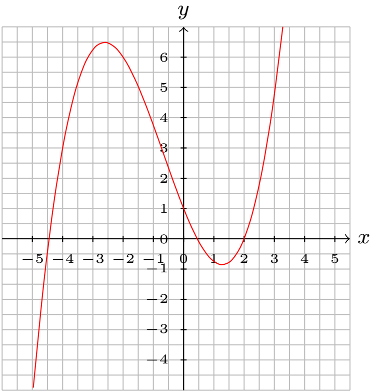
$$\underline{p = 5{,}92\%}$$

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

◀◀ ▶▶ ◀ ▶ Zurück

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1?$$

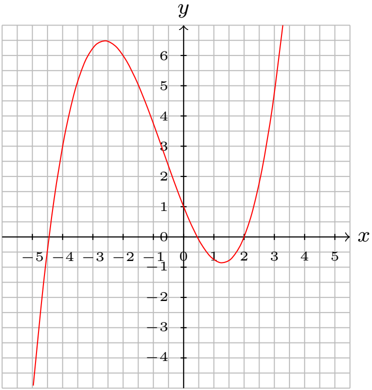


Lesen Sie die Werte am Graphen ab oder berechnen Sie diese, indem Sie $x = 1$ und $x = -1$ in die Funktionsgleichung einsetzen: $f(1) = -\frac{3}{4} < f(-1) = \frac{15}{4}$. Die Aussage ist falsch!

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1?$$

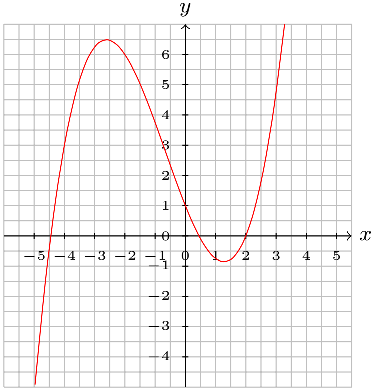


Das Integral einer Funktion gibt den Flächeninhalt zwischen dem Graphen dieser Funktion und der x-Achse (Abszisse) an. Es ist offensichtlich, dass die Fläche im gegebenen Intervall $[-4, 2]$ unterhalb der x-Achse wesentlich kleiner ist als oberhalb der x-Achse, so dass die Gesamtfläche nicht Null sein kann. Die Aussage ist falsch!

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1?$$

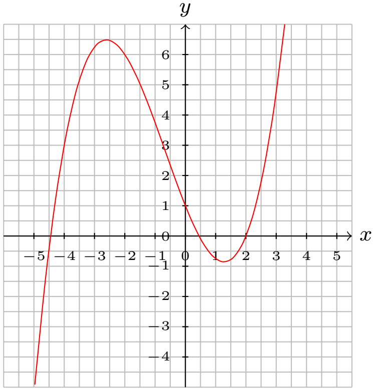


Die erste Ableitung von f ist $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + x - \frac{5}{2}$, eine nach oben offene Parabel, die um $\frac{5}{2}$ Einheiten nach unten entlang der y-Achse verschoben ist und daher zwei Nullstellen besitzt. Die Aussage ist falsch!

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1?$$

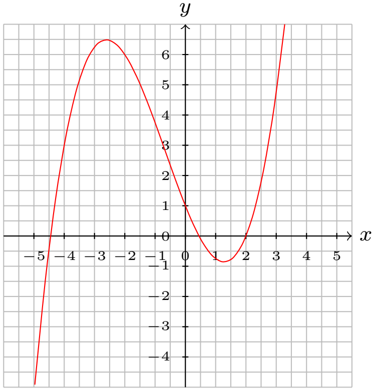


Im Intervall $[0, 2]$ liegt offensichtlich ein lokaler Tiefpunkt des Graphen. Die Aussage ist richtig!

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1?$$



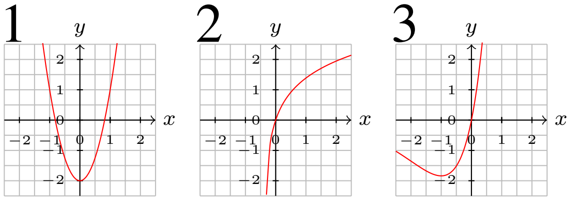
Siehe die Erklärung zum 17. Punkt. Die Aussage ist falsch!

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Graphen (1, 2, 3) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



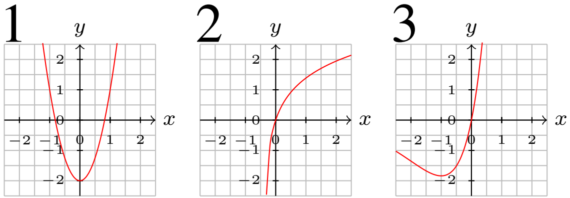
Die Exponentialfunktion steigt rasant mit wachsenden $x-$Werten. Daher ist (3) der passende Graph.

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Graphen (1, 2, 3) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x + 1)$$



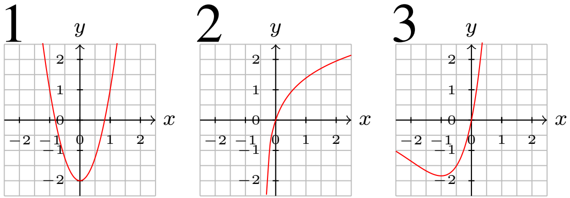
Die Funktion g ist eine nach oben geöffnete Parabel, welche die y-Achse bei -2 schneidet. Daher ist (1) der passende Graph.

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Graphen (1, 2, 3) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



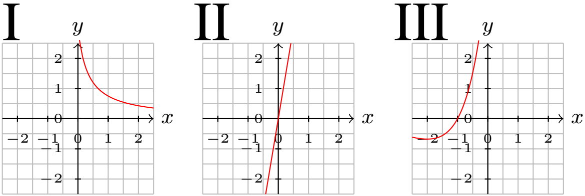
Der Logarithmus ist eine Funktion welche mit zunehmenden $x-$ Werten sehr langsam ansteigt. Die richtige Graph ist also (2).

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Ableitungen (I, II, III) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



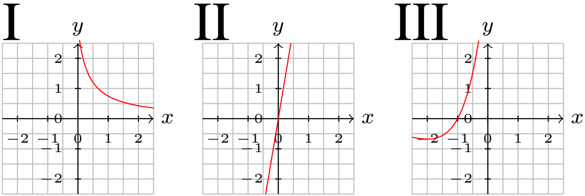
Die Ableitung einer Exponentialfunktion ist bekannterweise die Funktion selbst. Also muss der Graph der Ableitungsfunktion von $f(x) = 5\,x\,e^x$ etwa denselben Verlauf haben, wie der Graph der Funktion. Offensichtlich ist dies bei III der Fall.

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Ableitungen (I, II, III) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



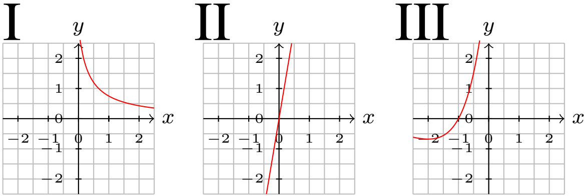
Die Ableitungsfunktion eines quadratischen Polynoms ist ein Polynom vom Grad 1, d.h. eine Gerade. Dies ist bei dem Graphen Nummer II der Fall.

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Ableitungen (I, II, III) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



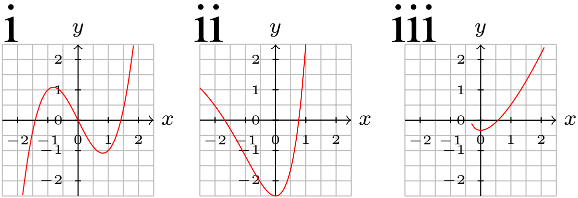
Die Ableitungsfunktion der Logarithmusfunktion $f(x) = \ln(x)$ hat im Allgemeinen die Form $f'(x) = \frac{1}{x}$. Dem Verlauf der Ableitungsfunktionen nach ist dies bei I der Fall.

◀ Zurück zur Aufgabe ◀

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Stammfunktionen (i, ii, iii) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x + 1)$$



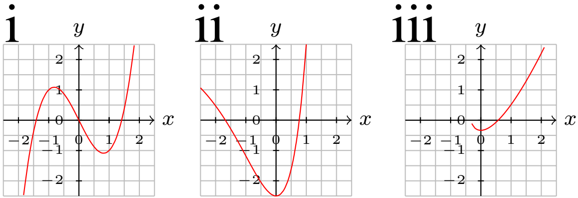
Die Funktion f ist die Ableitung ihrer Stammfunktion. Da f in 0 eine Nullstelle hat, muss die Stammfunktion in 0 eine lokale Extremalstelle (Hoch- oder Tiefpunkt) haben. Da zudem f auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist (ii) eine passende Stammfunktion zu f.

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Stammfunktionen (i, ii, iii) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



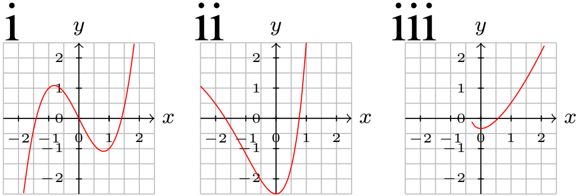
Die Funktion g hat 2 Nullstellen. Das impliziert, dass eine zugehörige Stammfunktion zwei lokale Extremalstellen haben muss. Also ist (i) eine passende Stammfunktion.

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

Lösung

Ordnen Sie die folgenden Funktionen deren Stammfunktionen (i, ii, iii) zu

$$f(x) = 5xe^x \qquad g(x) = 3x^2 - 2 \qquad h(x) = \ln(3x+1)$$



h ist nur für alle $x > -\frac{1}{3}$ definiert. Also ist (iii) eine passende Stammfunktion.

◄ Zurück zur Aufgabe ◄

◄◄ ►► ◄ ► Zurück