

Simulationswissenschaftliches Zentrum Verspätungfortpflanzung in Bahnnetzen

Dipl.-Math. F. Kirchhoff, Prof. Dr. M. Kolonko

Fahrpläne

Fahrpläne dienen, nicht nur in Bahnnetzen, den Kunden als Auskunftquelle für mögliche Reiseverbindungen. In die Erstellung eines Fahrplans fließen Restriktionen aus verschiedenen Planungsebenen ein. Dies sind beispielsweise Kapazitätsbeschränkungen bezüglich Netzauslastung und Fuhrpark. Fahrpläne, die diesen Restriktionen genügen, können bezüglich verschiedener Zielkriterien optimiert werden. Wir betrachten hier unter anderem geringe Umsteigewartezeiten sowie geringe Verspätung für Reisende bzw. von Zügen.

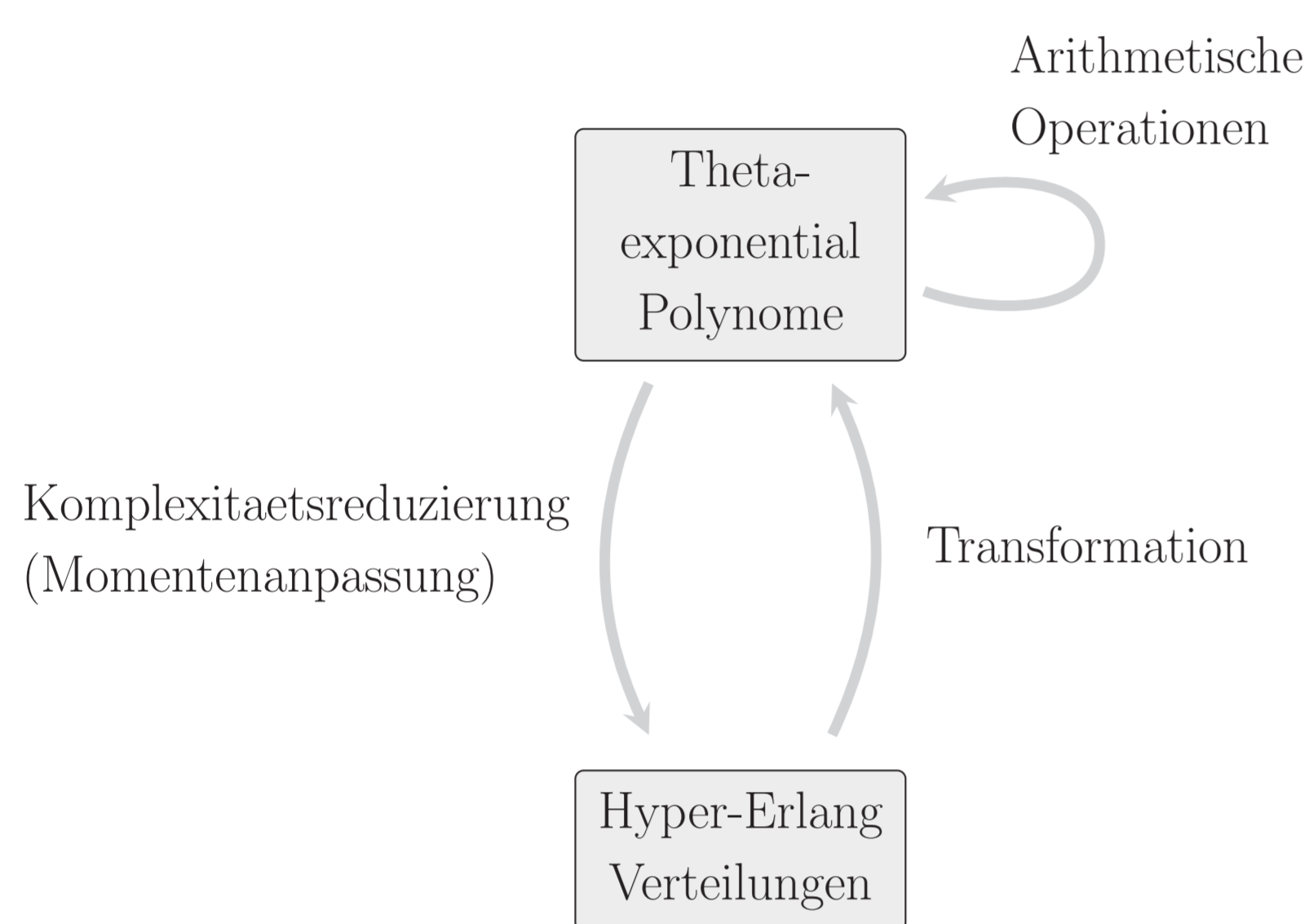
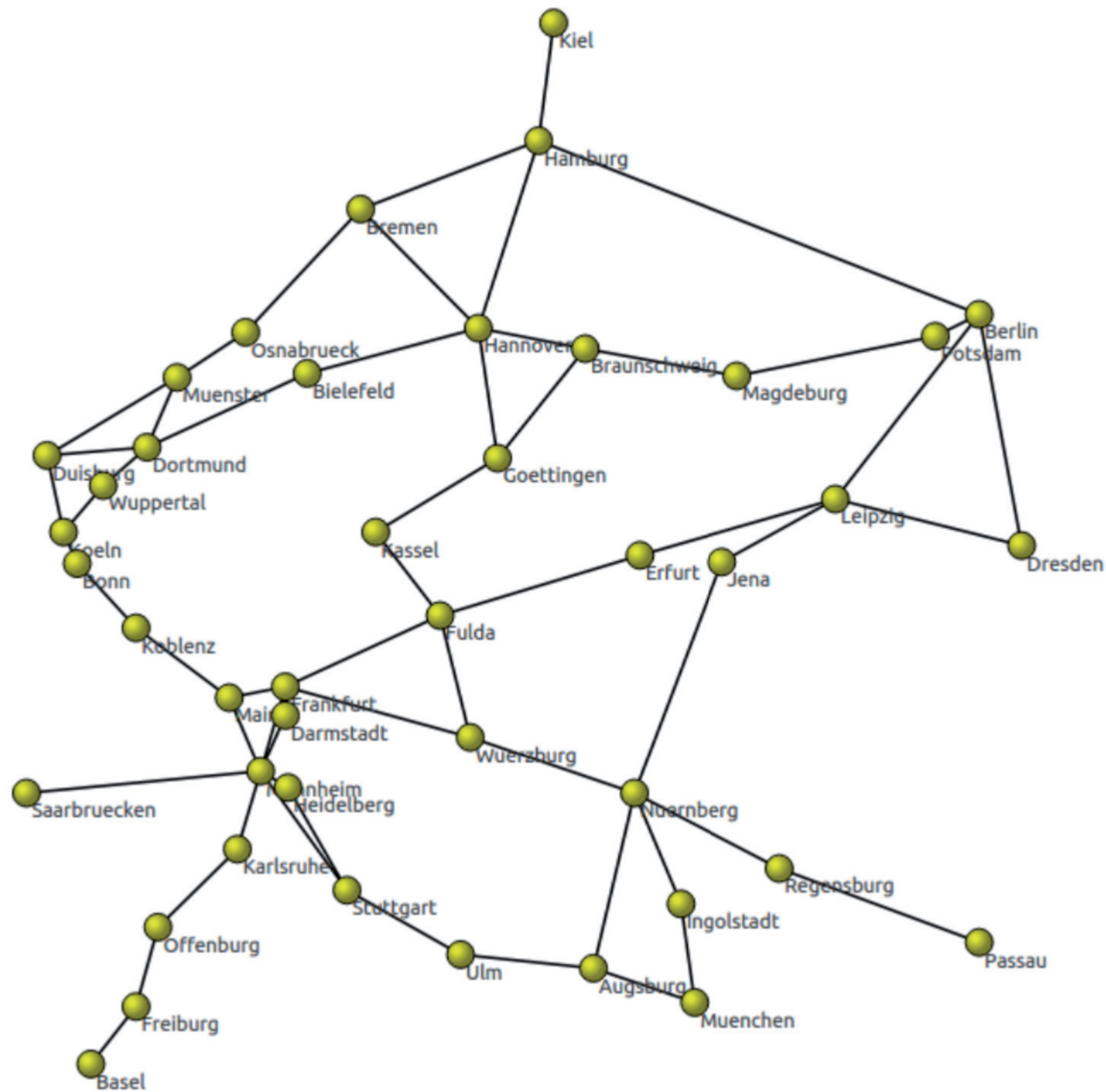


Abbildung 1: Schema der analytischen Vorgehensweise



Analytisches Modell

In einem ersten Schritt müssen die empirischen Verteilungsfunktionen der Quellverspätungen approximiert werden. Hierfür geeignet sind insbesondere Hyper-Erlang Verteilungen. Für die Verrechnung der Verspätungen, d.h. für die Verspätungfortpflanzung, werden arithmetische Operationen für die entsprechenden Verteilungsfunktionen verwendet. Die Faltung wird benötigt, falls Verspätungen addiert werden sollen. Soll das Maximum von Verspätungen bestimmt werden, wird die Multiplikation von Verteilungsfunktionen verwendet. Letztlich muss auch Puffer von kumulierten Verspätungen abgezogen werden können.

1. Faltung: $X + Y : F_X * F_Y$
2. Multiplikation: $\max\{X, Y\} : F_X \cdot F_Y$
3. Verschiebung: $\max\{X - s, 0\} : F_X(t+s) \cdot \mathbf{1}_{[0, \infty)}(t)$

Die Familie der Verteilungen, deren Verteilungsfunktionen als Theta-exponential Polynome repräsentiert werden können, ist gegen diese Operationen abgeschlossen. Die Komplexität der Darstellung der Ergebnisse dieser Operationen führt schnell zu numerischen Problemen. Die Reduzierung der Komplexität erfolgt mittels Momentenanpassung für Hyper-Erlang Verteilungen. Nach Transformation in ein Theta-exponential Polynom können weitere Operationen durchgeführt werden.

Kreise

Es müssen für alle (periodischen) Ankunfts- und Abfahrtsereignisse aller Linien die zugehörigen Verspätungsverteilungsfunktionen bestimmt werden. Ein Ereignis umfasst dabei all seine Realisierungen, d.h. alle Züge der Linie. Dafür muss eine bestimmte Reihenfolge der Ereignisse im Ereignis-Aktivitätsnetzwerk hergestellt werden, eine topologische Sortierung. Denn die Verspätung eines Ereignisses wird von den übertragenen Verspätungen all seiner Vorgänger beeinflusst. In der Regel ist es jedoch nicht möglich eine topologische Sortierung der Ereignisse zu finden, da durch Umsteigeaktivitäten oft Kreise im Netzwerk entstehen.

Ein Ausweg ist ein iterativer Ansatz für eine approximative Bestimmung der Verspätungsverteilungsfunktionen von Ereignissen in Kreisen. Die Iteration folgt dabei einer pseudo-topologischen Sortierung. Gemäß dieser Sortierung werden Ereignisse besucht, welche (relativ oder absolut) die geringste Anzahl unbesuchter Vorgänger aufweisen. Abgebrochen wird, sobald wir Konvergenz der Verspätungsverteilungsfunktionen feststellen.

Konvergenz in Verteilung

Zur Beantwortung der Frage, ob Verspätungen in Kreisen des Netzwerkes konvergieren, können als Grundlage Ergebnisse aus der Warteschlangentheorie verwendet werden. Anstelle stochastischer Bedien- und Zwischenankunftszeiten betrachten wir stochastische Quellverspätungen und deterministische Pufferzeiten. Statt der mittleren Wartezeit eines Kunden in der Warteschlange erhalten wir Auskunft über die mittlere Verspätung der Ereignisse. Es stellt sich heraus, dass die durch Iteration zu bestimmenden Verspätungsverteilungsfunktionen für Ereignisse in Kreisstrukturen stets konvergieren. Ob sich die Verspätungen allerdings stabilisieren, hängt vom Verhältnis zwischen Quellverspätungen und Puffern ab.

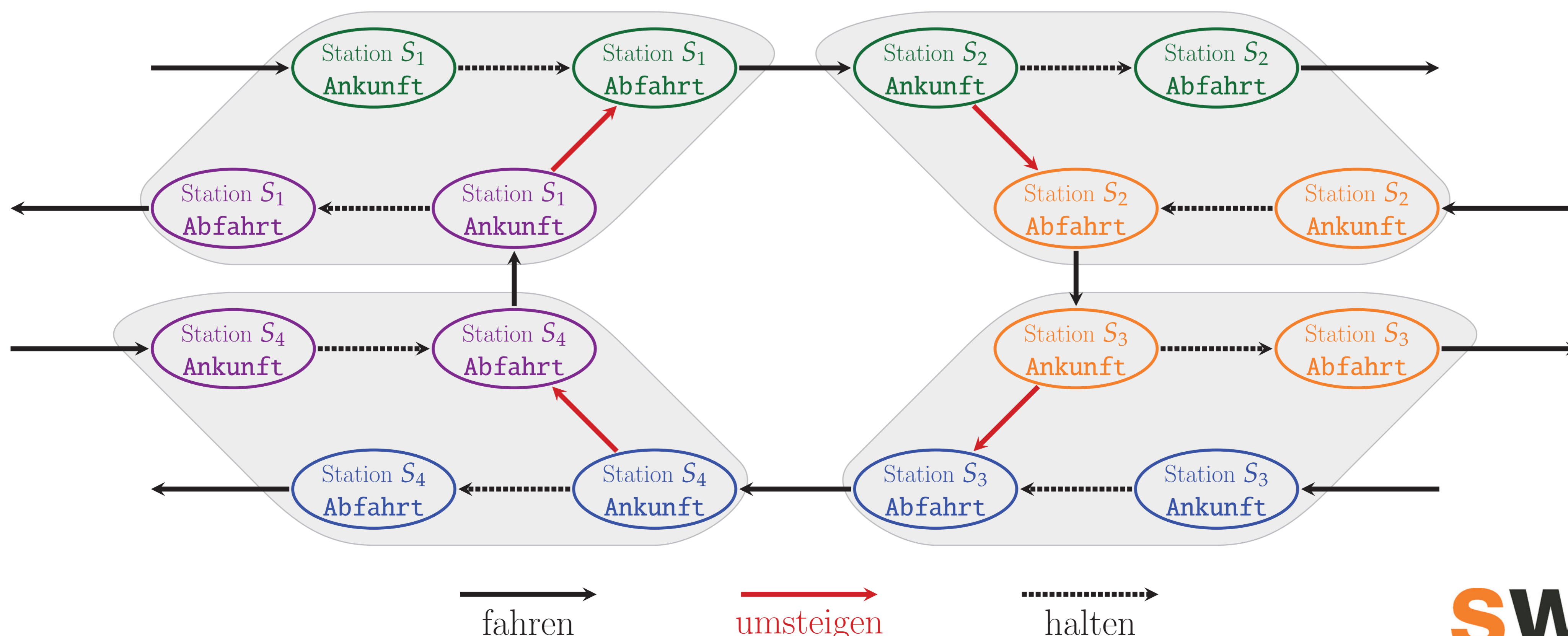


Abbildung 2: Ausschnitt eines Ereignis-Aktivitätsnetzwerks mit Kreis